

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2023 - 2024**  
**Matematică**

Model

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a)	$\frac{30}{100}\left(x - \frac{20}{100} \cdot x\right) = \frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde $x$ reprezintă întreaga sumă de bani	1p
		$\frac{24x}{100} < \frac{25x}{100} = \frac{1}{4} \cdot x$ , de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani	1p
	b)	$\frac{x}{5} + \frac{6x}{25} + \left(\frac{6x}{25} + 20\right) + 44 = x$ $\frac{17x}{25} + 64 = x$ $x = 200$ de lei	1p 1p 1p
2.	a)	$\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{x}{3(x+3)} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x(x+3)} =$ $= \frac{x^2 - 6x + 9}{3x(x+3)} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$ , pentru orice număr real $x$ , $x \neq -3$ și $x \neq 0$	1p 1p

	<p>b) <math>\frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 = \frac{x^2 + 9 - 6x}{3x} = \frac{(x-3)^2}{3x}</math></p> <p><math>E(x) = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)} \cdot \frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{1}{x+3}</math>, pentru orice număr real <math>x</math>, <math>x \neq -3</math>, <math>x \neq 0</math>, <math>x \neq 3</math></p> <p><math>5 \cdot E(n) = \frac{5}{n+3}</math> este număr natural, deci <math>n+3=1</math> sau <math>n+3=5</math> și, cum <math>n</math> este număr natural, obținem <math>n=2</math></p>	1p
		1p
		1p
3.	<p>a) <math>f(-2) = 0</math> <math>2023 \cdot f(-2) = 2023 \cdot 0 = 0</math></p> <p>b) <math>A(-2,0)</math> și <math>B(0,2)</math> sunt punctele de intersecție a graficului funcției <math>f</math> cu axele <math>Ox</math>, respectiv <math>Oy</math> În triunghiul dreptunghic isoscel <math>AOB</math>, <math>OM</math> mediană, deci <math>OM</math> bisectoare <math>\Rightarrow \sphericalangle MOB = 45^\circ</math> <math>NP \perp Ox</math>, <math>P \in Ox \Rightarrow P(3,0)</math>, iar <math>\sphericalangle MON = \sphericalangle MOB + \sphericalangle BOP + \sphericalangle PON = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ</math>, de unde rezultă că punctele <math>N</math>, <math>O</math> și <math>M</math> sunt coliniare</p>	1p
		1p
		1p
4.	<p>a) În triunghiul dreptunghic <math>ABC</math>, <math>AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15</math> cm</p> <p>b) <math>QN \parallel AB \parallel CD</math>, <math>PM \parallel BC \parallel AD</math> și <math>\sphericalangle QAM = \sphericalangle PCN = 90^\circ</math>, deci <math>AMEQ</math> și <math>CNEP</math> sunt dreptunghiuri</p> <p><math>PC \parallel AM \Rightarrow \triangle PEC \sim \triangle MEA \Rightarrow \frac{PE}{ME} = \frac{PC}{AM} = \frac{EC}{EA} = \frac{1}{2}</math></p> <p><math>ME = 2 \cdot PE</math>, <math>AM = 2 \cdot PC \Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ} = AM \cdot ME = 4 \cdot PC \cdot PE = 4 \cdot \mathcal{A}_{CNEP}</math></p>	1p
		1p
		1p
5.	<p>a) În triunghiul dreptunghic <math>ABC</math>, <math>AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{2}</math> cm <math>P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})</math> cm</p> <p>b) <math>EM</math> mediană în triunghiul dreptunghic isoscel <math>AEB \Rightarrow EM = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}</math> cm, <math>BE</math> bisectoarea <math>\sphericalangle ABC</math>, <math>EM \perp AB</math>, <math>M \in AB</math> și <math>EN \perp BC</math>, <math>N \in BC</math>, de unde obținem <math>EM = EN = \sqrt{2}</math> cm</p> <p><math>\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \mathcal{A}_{\triangle ABC} - \mathcal{A}_{\triangle AEB} - \mathcal{A}_{\triangle BEC} = \frac{AB \cdot BC}{2} - \frac{AB \cdot EM}{2} - \frac{BC \cdot EN}{2} = 2(\sqrt{3} - 1)</math> cm<sup>2</sup></p> <p><math>\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \frac{AC \cdot EP}{2}</math>, unde <math>EP \perp AC</math>, <math>P \in AC</math>, de unde <math>EP = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}</math> cm</p>	1p
		1p
		1p
6.	<p>a) <math>\mathcal{A}_t = 2 \cdot (AB \cdot AA' + BC \cdot AA' + AB \cdot BC) = 2 \cdot (16 + 8 + 8) = 2 \cdot 32 = 64</math> cm<sup>2</sup></p> <p>b) <math>\triangle B'C'D' \equiv \triangle B'C'C \Rightarrow B'D' = B'C</math></p> <p>În triunghiul <math>B'C'D'</math> dreptunghic, <math>B'N = \frac{B'C'^2}{B'D'}</math> și în triunghiul <math>B'C'C</math> dreptunghic, <math>B'P = \frac{B'C'^2}{B'C}</math>, de unde <math>B'N = B'P</math></p> <p>În triunghiul <math>B'D'C</math>, <math>\frac{B'N}{B'D'} = \frac{B'P}{B'C} \Rightarrow NP \parallel D'C</math>, <math>D'C \subset (ACD') \Rightarrow NP \parallel (ACD')</math></p>	1p
		1p
		1p